Lehrstuhl für Psychologische Methodenlehre und Diagnostik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

Psychologische Testtheorie

Sitzung 9

Faktorenanalyse II

Wahr-oder-Falsch Aussagen zur letzten Sitzung I

1. In der EFA kann das zu schätzende mehrdimensionale τ-kongenerische Testmodell durch Restriktionen und Erweiterungen nahezu beliebig spezifiziert werden.
2. Trotz globaler Modellpassung können einzelne Parameter des Modells in einer CFA auf Null geschätzt worden sein.
3. Modifikationsindizes geben an, welche zuvor fixierten Parameter eines Modells freigesetzt werden können um die globale Modellpassung zu verbessern.
4. …

Wahr-oder-Falsch Aussagen zur letzten Sitzung II

4. Ihnen liegt folgender Ausschnitt aus der CFA (n = 1449) eines τ-kongenerischen Modells in R vor:

a) Die Modifikationsindizes CFI, RMSEA und SRMR sprechen dafür, dass das Modell eine akzeptable Passung hat.

b) Sie haben zuvor bereits das essentiell τ-äquivalente Modell getestet und einen BIC von 19002.403 erhalten. Sie können davon ausgehen können, dass dieses strengere Modell einen besseren Kompromiss aus Modellpassung und Sparsamkeit darstellt.

```
User Model versus Baseline Model:

  Comparative Fit Index (CFI)                    0.931
  Tucker-Lewis Index (TLI)                       0.916

Loglikelihood and Information Criteria:

  Loglikelihood user model (H0)              -9062.209
  Loglikelihood unrestricted model (H1)      -8939.000

  Akaike (AIC)                               18196.418
  Bayesian (BIC)                             18352.607
  Sample-size adjusted Bayesian (SABIC)      18238.324

Root Mean Square Error of Approximation:

  RMSEA                                          0.079
  90 Percent confidence interval - lower         0.069
  90 Percent confidence interval - upper         0.090
  P-value H_0: RMSEA <= 0.050                    0.000
  P-value H_0: RMSEA >= 0.080                    0.470

Standardized Root Mean Square Residual:

  SRMR                                           0.039
```

Überblick

Sitzung	Datum	Thema	Themenblock
1	14.10.24	Einführung	Begriffe, Modellierung von Antwortverhalten durch Zufallsvariablen & mathematische Grundlagen der Testtheorie
2	21.10.24	Wahrscheinlichkeitstheoret. Grundlagen	
3	28.10.24	Testtheoretische Modelle I	Testtheoretische Modelle
4	04.11.24	Testtheoretische Modelle II	
5	11.11.24	Testtheoretische Modelle III	
6	18.11.24	Skalierung I	Gütekriterien psychologischer Tests
7	25.11.24	Skalierung II	
8	02.12.24	Faktorenanalyse I	
9	09.12.24	Faktorenanalyse II	

➢ In der heutigen Vorlesung beschäftigen wir uns weiter mit den Grundlagen der Faktorenanalyse und schauen uns Anwendungsbeispiele dazu an.

Wiederholung

Einleitung

- Die **Faktorenanalyse** ist ein statistisches Verfahren zur Schätzung der Parameter ein- oder mehrdimensionaler Testmodelle
- Es gibt zwei Arten von Faktorenanalysen:
  - Konfirmatorische Faktorenanalysen (**C**onfirmatory **F**actor **A**nalysis: **CFA**)

    Eine **CFA** schätzt die Parameter eines (nahezu) **beliebigen vorgegebenen Testmodells** und prüft dessen Annahmen (z.B. dreidimensionales paralleles Testmodell) ➛ siehe Parameterschätzung und Modelltest aus Vorlesung #07
  - Exploratorische Faktorenanalysen (**E**xploratory **F**actor **A**nalysis: **EFA**)

    Eine **EFA** schätzt die Parameter eines ein- oder mehrdimensionalen **τ-kongenerischen** Modells

Schritte einer Faktorenanalyse

Welche Schritte kann eine Faktorenanalyse umfassen?

1. **Bestimmung der Anzahl an latenten Variablen**

➛ In der CFA stets theoriegeleitet, in der EFA theoriegeleitet oder empirisch ermittelt

2. **Spezifikation des Testmodells**

➛ In der CFA beliebig, in der EFA stets ein ein- bzw. mehrdimensionales τ-kongenerisches Modell

3. **Schätzung des Testmodells**

➛ Auswahl an verschiedenen Schätzmethoden für CFA und EFA

➛ EFA erfordert zudem Auswahl einer Rotationstechnik

4. **Evaluation der Modellpassung**

➛ Wesentliches Ziel der CFA, in der EFA aber von nachgestellter Bedeutung (und deshalb hier nur für die CFA betrachtet)

5. **Interpretation der Modellparameter**

➛ Hauptinteresse in der CFA und EFA oft auf den Steigungsparametern

6. **Weiterführende Schritte**

z.B. Prüfung weiterer Gütekriterien (Vorlesung #9 bis #11), Schätzung der Ausprägung einzelner Personen auf der latenten Variable (Vorlesung #12 und #13)

5. Neue Begriffe im Rahmen der Faktorenanalyse

Neue Begriffe

- Im Rahmen der Faktorenanalysen (CFA und FEA) haben einige bekannte Größen andere Namen:
  - Die **latenten Variablen $\boldsymbol{\theta_l}$** werden hier **Faktoren** genannt
  - Die **standardisierten Steigungsparameter $\boldsymbol{\beta_{zil}}$** werden hier **Ladungen** genannt. Falls ein Item einen hohen standardisierten Steigungsparameter auf einem Faktor hat, sagt man auch, dass das Item „auf diesen Faktor hoch lädt"

    → Uns interessieren in der Regel die standardisierten Steigungsparameter bzw. Ladungen in der Faktorenanalyse

    → Interpretation: „Falls sich die latente Variable l um eine Standardabweichung erhöht, erhöht sich die durchschnittliche Itemantwort auf Item i um β_{zil} Standardabweichungen, falls alle anderen latenten Variablen konstant bleiben."
  - Weitere wichtige Begriffe im Rahmen der Faktorenanalyse sind die **Einfachstruktur**, sowie die **Kommunalität** eines Items, der **Eigenwert** eines Faktors
  - Diese Begriffe kommen häufiger vor und werden daher nachfolgend erläutert

Haupt- und Nebenladung

- Der Begriff „Ladung“ kann weiter ausdifferenziert werden:
  - Die **Hauptladung** eines Items ist die Ladung auf dem Faktor, die am höchsten ausfällt und in der Population ungleich Null ist
  - Die **Nebenladung(en)** eines Items sind die Ladungen auf einem oder mehreren Faktoren, die nicht die höchste Ladung des Items darstellen, aber dennoch in der Population ungleich Null sind

Ladungen auf Populationsebene:

	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Item 1	**0.80**	**0.20**	0.00
Item 2	**0.60**	0.00	0.00
Item 3	0.00	0.00	0.00
Item 4	**0.85**	0.00	**0.80**
Item 5	0.00	**0.40**	0.00
Item 6	**0.20**	**0.30**	**0.60**

Einfachstruktur

- Unter **Einfachstruktur** versteht man, wenn **jedes Item** eines Tests in der Population jeweils nur auf einem einzigen Faktor eine von Null verschiedene Ladung aufweist (d.h., **nur eine Hauptladung und keine Nebenladungen hat**)
- Einfachstruktur kann in der CFA als Modellannahme spezifiziert werden und ist in der EFA ein Ziel bei der Parameterschätzung

Ladungen auf Populationsebene:

	Faktor 1	**Faktor 2**
Item 1	0.50	0.00
Item 2	0.50	0.00
Item 3	0.90	0.00
Item 4	0.60	0.00
Item 5	0.00	0.65
Item 6	0.00	0.60

Geschätzte Ladungen

- Für die Einteilung in Haupt- und Nebenladung, sowie das Feststellen von Einfachstruktur, müssen wir die Ladungen auf Populationsebene betrachten
- Wir kennen jedoch nur die anhand der Stichprobe geschätzten Ladungen
- Diese liegen selten exakt bei Null, sodass häufig ein **Cut-Off festgelegt** wird, ab dem sehr kleine Ladungen nicht mehr als Haupt- oder Nebenladung berücksichtigt werden (z.B. Ladungen $< .15$)
- Es gibt auch einen Signifikanztest, der prüft ob davon ausgegangen werden kann, dass sich eine Ladung in der Population von Null unterscheidet. Dieser ist im R Output des CFA-Modelltests enthalten und kann für die EFA mit-ausgegeben werden, wird hier jedoch nicht gesondert besprochen

Geschätzte Ladungen:

	Faktor 1	Faktor 2	Faktor 3
Item 1	**0.80**	**0.20**	0.02
Item 2	**0.56**	0.08	-0.01
Item 3	0.12	0.14	-0.10
Item 4	**0.78**	0.12	**0.80**
Item 5	0.14	**0.45**	0.13
Item 6	**0.16**	**0.31**	**0.56**

	Faktor 1	**Faktor 2**
Item 1	0.56	-0.01
Item 2	0.50	0.13
Item 3	0.87	-0.02
Item 4	0.58	-0.05
Item 5	0.01	0.66
Item 6	0.11	0.57

Kommunalität

- Unter der **Kommunalität h_i^2** eines Items versteht man **die Summe der quadrierten Ladungen des Items über alle Faktoren der Anfangslösung** (Erklärung folgt im Kapitel zur „Rotation“)
  - Die Itemkommunalität ist hoch, wenn das Item mit einem oder mehreren Faktoren stark zusammenhängt (d.h., hoch auf diesen lädt)
  - Die Itemkommunalität ist niedrig, wenn das Item mit keinem der Faktoren stark zusammenhängt, z. B. auf jedem Faktor Ladungen nahe Null aufweist
  - Interpretation: Wie gut werden die Unterschiede in der Beantwortung eines Items durch die Faktoren erklärt? = Maß für die „Wichtigkeit des Items“

	Faktor 1	Faktor 2	h2
Item 1	0.49	-0.02	0.24
Item 2	0.40	0.40	0.32
Item 3	0.87	-0.17	0.78
Item 4	0.66	-0.06	0.43
Item 5	0.11	0.44	0.21
Item 6	0.55	0.43	0.49

➛ z.B., $0.55^2 + 0.43^2 = 0.49$

Eigenwert

- Unter dem **Eigenwert** eines Faktors versteht man **die Summe der quadrierten Ladungen aller Items auf diesem Faktor**
  - Der Eigenwert des Faktors ist hoch, wenn er mit vielen Items stark zusammenhängt (d.h., viele Items hoch auf ihm laden)
  - Der Eigenwert des Faktors ist niedrig, wenn er mit vielen Items schwach zusammenhängt
  - Im Extremfall weist er einen Eigenwert von Null auf: Alle Ladungen auf den Faktor sind Null, d.h. der Faktor hängt mit keinem der Items zusammen
  - Interpretation: Wie gut erklärt der Faktor Unterschiede in der Beantwortung der Items eines Tests? = Maß für die „Wichtigkeit des Faktors“

	Faktor 1	**Faktor 2**
SS loadings	1.91	0.57
Proportion Var	0.32	0.10
Cumulative Var	0.32	0.41
Promotion Explained	0.77	0.23
Cumulative Proportion	0.77	1.00

6. Bestimmung der Anzahl an latenten Variablen

Schritte einer Faktorenanalyse

Welche Schritte kann eine Faktorenanalyse umfassen?

1. **Bestimmung der Anzahl an latenten Variablen**

➢ In der CFA stets theoriegeleitet, in der EFA theoriegeleitet oder empirisch ermittelt

2. **Spezifikation des Testmodells**

➢ In der CFA beliebig, in der EFA stets ein ein- bzw. mehrdimensionales τ-kongenerisches Modell

3. **Schätzung des Testmodells**

➢ Auswahl an verschiedenen Schätzmethoden für CFA und EFA

➢ EFA erfordert zudem Auswahl einer Rotationstechnik

4. **Evaluation der Modellpassung**

➢ Wesentliches Ziel der CFA, in der EFA aber von nachgestellter Bedeutung (und deshalb hier nur für die CFA betrachtet)

5. **Interpretation der Modellparameter**

➢ Hauptinteresse in der CFA und EFA oft auf den Steigungsparametern

6. **Weiterführende Schritte**

z.B. Prüfung weiterer Gütekriterien (Vorlesung #9 bis #11), Schätzung der Ausprägung einzelner Personen auf der latenten Variable (Vorlesung #12 und #13)

Methoden zur Bestimmung der Anzahl an Faktoren I

- Bevor wir die Parameter des mehrdimensionalen τ-kongenerischen Modells schätzen können, müssen wir die Anzahl der Faktoren, d.h. q bestimmen
- Falls sich q nicht aus der Theorie ergibt, gibt es eine Vielzahl von Methoden zur Bestimmung von q
- Wir wissen, dass der Eigenwert eines Faktors ein Maß für seine Wichtigkeit ist

→ **Grobe Idee**: Eigenwerte verraten uns wie viele Faktoren „wichtig“ bzw. nötig sind, um die Items (ausreichend gut) zu „erklären“ bzw. zu beschreiben

Methoden zur Bestimmung der Anzahl an Faktoren II

- Es gibt historische Extraktionsmethoden, die wir heute nicht mehr anwenden, die aber noch in vielen Artikeln verwendet werden:
  - „Eigenwert > 1"- Regel oder Kaiser-Kriterium
  - Scree-Plot
- **Heutzutage anzuwendende Alternativen:**
  - Empirical Kaiser Criterion (EKC) → wird hier nicht erklärt, da zu komplex
  - Parallelanalyse → ist Standard und wird hier behandelt

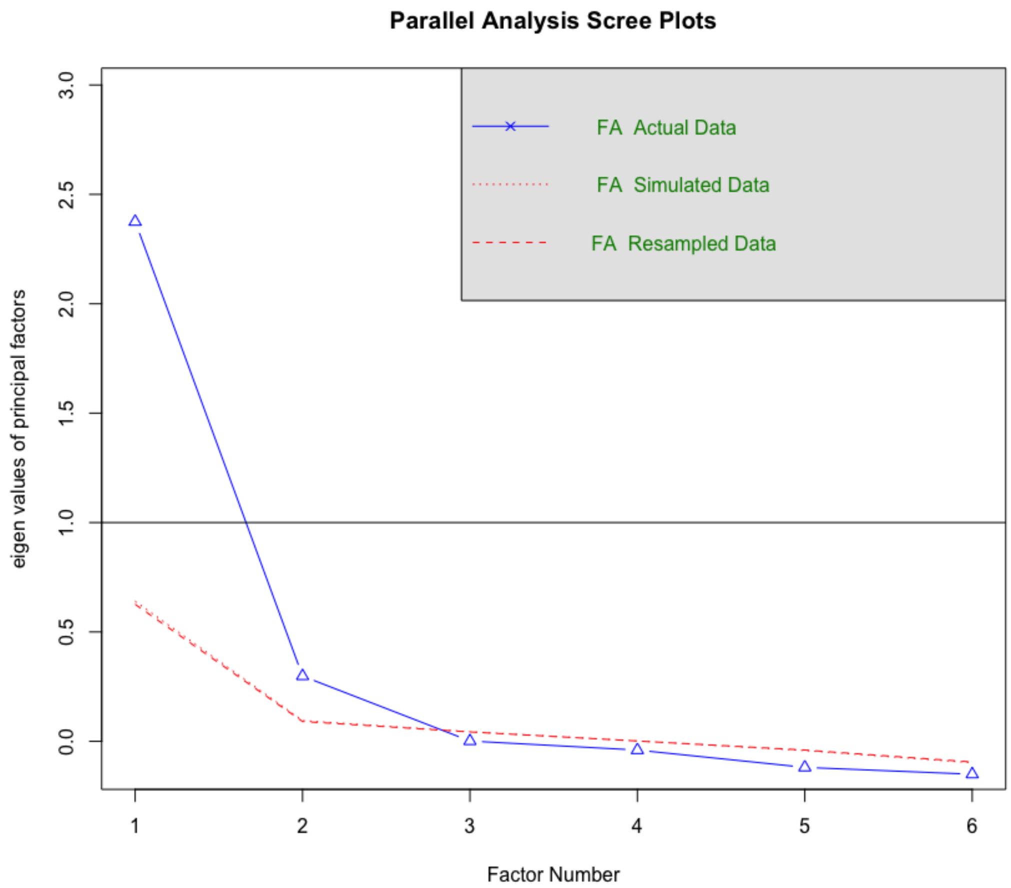
Methoden zur Bestimmung der Anzahl an Faktoren III

Parallelanalyse mit der jeweils gewählten Schätzmethode (z.B. ML)

- Die Parallelanalyse testet nacheinander für jeden möglichen Faktor die Nullhypothese, ob er in der Population einen Eigenwert von Null aufweist
- Es wird zuerst eine Lösung mit eindimensionalen Modell geschätzt:
  - Falls die H_0 beibehalten wird, gehen wir davon aus, dass die **Anzahl der Faktoren gleich Null** ist und beenden die Parallelanalyse
  - Falls die H_0 verworfen wird, gehen wir davon aus, dass es **mindestens einen Faktor** gibt und machen weiter mit einem zweidimensionalen Modell
- Anschließend wird eine Lösung mit einem zweidimensionalen Modell geschätzt:
  - Falls die H_0 beibehalten wird, gehen wir davon aus, dass **keine weiteren Faktoren vorliegen** und beenden die Parallelanalyse → Es gibt einen Faktor
  - Falls die H_0 verworfen wird, gehen wir davon aus, dass es **mindestens zwei Faktoren** gibt und machen weiter mit einem dreidimensionalem Modell…

Methoden zur Bestimmung der Anzahl an Faktoren IV

- Dieses Vorgehen wird so lange wiederholt (mit drei-, vier-, fünfdimensionalen Modellen etc.), **bis bei einem der Tests die Nullhypothese angenommen wird**
- Die **Teststatistiken** der einzelnen Hypothesentestes der Parallelanalyse sind jeweils die **empirischen Eigenwerte** in der Stichprobe auf Basis der Anfangslösung (Erklärung folgt)
- Für diese Teststatistiken können **kritische Werte** berechnet werden (sehr kompliziert)



7. Rotation

Schritte einer Faktorenanalyse

Welche Schritte kann eine Faktorenanalyse umfassen?

1. **Bestimmung der Anzahl an latenten Variablen**

➢ In der CFA stets theoriegeleitet, in der EFA theoriegeleitet oder empirisch ermittelt

2. **Spezifikation des Testmodells**

➢ In der CFA beliebig, in der EFA stets ein ein- bzw. mehrdimensionales τ-kongenerisches Modell

3. **Schätzung des Testmodells**

➢ Auswahl an verschiedenen Schätzmethoden für CFA und EFA

➢ EFA erfordert zudem Auswahl einer Rotationstechnik

4. **Evaluation der Modellpassung**

➢ Wesentliches Ziel der CFA, in der EFA aber von nachgestellter Bedeutung (und deshalb hier nur für die CFA betrachtet)

5. **Interpretation der Modellparameter**

➢ Hauptinteresse in der CFA und EFA oft auf den Steigungsparametern

6. **Weiterführende Schritte**

z.B. Prüfung weiterer Gütekriterien (Vorlesung #9 bis #11), Schätzung der Ausprägung einzelner Personen auf der latenten Variable (Vorlesung #12 und #13)

Wiederholung Normierung

- Im mehrdimensionalen τ-kongenerischen Modell müssen wir aus Normierungsgründen (zunächst) die **Kovarianzen zwischen den latenten Variablen auf 0** setzen:

$$COV(\theta_l, \theta_m) = 0 \text{ für alle latenten Variablen } l \neq m$$

- Der Grund der Normierung ist, dass es unendlich viele unterschiedliche mehrdimensionale τ-kongenerische Modelle mit unterschiedlichen Ladungen gibt, die alle zu den gleichen wahren Werten führen (es gibt sogar unter der Normierung $C\mathrm{OV}(\theta_l, \theta_m) = 0$ noch mehrere)
- Die gleichwertigen Modelle haben gemeinsam, dass es eine bestimmte mathematische Transformation gibt, die die Ladungen eines der Modelle in die Ladungen eines anderen überführt (sehr kompliziert)
- Wichtig: Durch diese Transformation kann sich auch die Kovarianz/Korrelation der Faktoren ändern!

Rotation I

- Da es mehrere gleichwertige Lösungen gibt, müssen wir uns für eine dieser Lösungen in mehreren Schritten entscheiden:
- Schritt 1: Zunächst werden (aus mathematischen Gründen) die Ladungen so geschätzt, dass die dahinterstehenden Faktoren (der Normierung entsprechend) eine <u>Kovarianz bzw. Korrelation von Null</u> aufweisen und der <u>Eigenwert des ersten Faktors maximal</u> ist, also der erste Faktor die höchsten quadrierten Ladungen über alle Items aufweist
  - Diese Schätzwerte der Parameter werden auch als **Anfangslösung** bezeichnet
  - Die Tabelle mit den Schätzwerten der Parameter der Anfangslösung wird auch **Faktormatrix** genannt und in vielen Programmen (unter anderem in R) gar nicht standardmäßig ausgegeben
  - **Die Anfangslösung wird nur aus mathematischen Gründen berechnet!** Sie ist für die Interpretation der Faktoren nicht relevant, aber z.B. zur Bestimmung der Kommunalitäten

Rotation II

- Schritt 2: Die geschätzten Ladungen der Anfangslösung werden dann in einem zweiten Schritt durch eine der eben erwähnten mathematischen Transformationen umgewandelt
  - Eine solche Transformation wird **Rotation** genannt
  - Durch die Rotation ändern sich die Schätzwerte für die Ladungen!
  - Die Tabelle mit den Schätzwerten der Ladungen nach der Rotation wird auch **Mustermatrix** genannt
  - Die Mustermatrix ist im Gegensatz zur Faktormatrix für die Interpretation sehr wichtig
  - Da es unendlich viele gleichwertige Modelle gibt, gibt es natürlich auch unendlich viele mögliche Transformationen/Rotationen
  - Wir müssen also noch bestimmte Kriterien an eine sinnvolle Rotation stellen

Rotation III

- Es gibt verschiedene Rotationsmethoden, die sich darin unterscheiden ob die Faktoren nach der Rotation korrelieren dürfen oder ob sie immer noch unkorreliert sind
  - Falls die Faktoren nicht korrelieren dürfen, spricht man von einer **orthogonalen Rotation**
    - ➢ beliebteste Methode: **Varimax**-Rotation
  - Falls die Faktoren korrelieren dürfen, spricht man von einer **obliquen Rotation**. Nach einer obliquen Rotation bekommen wir Schätzwerte für die Korrelation der Faktoren
    - ➢ beliebteste Methode: **Promax-Rotation** (gefolgt von **Oblimin-Rotation**)

Rotation IV

- Eine sinnvolle Rotation ist eine Rotation, die zu inhaltlich **sinnvoll interpretierbaren Faktoren** führt
  - Eine gut interpretierbare Lösung zeichnet sich dadurch aus, dass sie möglichst nahe an einer **Einfachstruktur** liegt
  - Eine Einfachstruktur in der Population liegt vor, wenn jedes Item auf genau einen Faktor hoch lädt und auf alle anderen gar nicht oder in der Stichprobe zumindest nahe Null

Rotation V

- Warum ist eine **Einfachstruktur** für die Interpretation günstig?
  - Eine hohe Ladung bedeutet, dass das Item stark mit dem Faktor zusammenhängt
  - Eine Ladung von Null bedeutet, dass das Item nicht mit dem Faktor zusammenhängt
  - Liegt eine Einfachstruktur vor, können wir die Items nach den Faktoren gruppieren, mit denen sie jeweils zusammenhängen
  - Durch die inhaltliche Formulierung der Items dieser Gruppen ergibt sich dann eventuell eine inhaltliche (psychologische) Interpretation der Faktoren

Rotation VI

- Manche Rotationsmethoden (z.B. oblique wie Promax und Oblimin) führen hoffentlich zu einer Lösung, die möglichst nahe an der **Einfachstruktur** liegt
- Es ist jedoch nicht immer möglich durch die Rotation eine Einfachstruktur zu erreichen
- Es kann sein, dass es auch nach der Rotation noch Items gibt, die auf mehrere Faktoren hoch laden
- Falls die Faktoren trotzdem (auf der Basis der anderen Items) interpretierbar sind, ist dies zunächst kein Problem
- Es muss jedoch einen inhaltlichen Grund dafür geben, dass die Items mit mehreren Faktoren zusammenhängen

Rotation VII

- In testtheoretischen Anwendungen sollte aus folgenden Gründen **immer eine oblique Rotation** angewandt werden:
  - Wir müssen in der Psychologie in vielen Fällen davon ausgehen, dass die „hinter“ dem Test stehenden Faktoren korrelieren, zumindest können wir es nicht ausschließen
  - Erfahrungsgemäß ist sehr oft die Lösung nach einer obliquen Rotation näher an einer Einfachstruktur
  - Die orthogonale Rotation ist ein Spezialfall der obliquen Rotation:
Falls die Faktoren tatsächlich nicht korrelieren und wir eine oblique Rotation durchführen, erhalten wir die gleichen Ladungen wie bei einer orthogonalen Rotation und die Schätzwerte für die Korrelationen sind alle (nahe) Null

8. Zusammenfassung

Ablauf einer **CFA**

Grober Ablaufplan der CFA	
1.	Spezifikation der Faktorenanzahl und des Testmodelles (theoriegeleitet)
2.	Schätzung der CFA (i.d.R. mit ML als Schätzmethode)
3.	Evaluation des globalen Modellfit ➛ Modellpassung: weiter zu Schritt 4 ➛ Keine Modellpassung: weiter zu Schritt 4, Re-Spezifikation des Modells, oder Wechsel zu EFA
4.	Evaluation des lokalen Modellfit ➛ Modellpassung: weiter zu Schritt 5 ➛ Möglichkeit zur sinnvollen Re-Spezifikation: zurück zu Schritt 1 ➛ keine Anhaltspunkte zur Re-Spezifikation: Wechsel zu EFA
5.	Weiterverwendung des Modells (z.B. Interpretation der Parameter, Schätzung der Reliabilität, Bestimmung der Faktorwerte)

Ablauf einer **EFA**

Grober Ablaufplan der EFA	
1.	Spezifikation der Faktorenanzahl (i.d.R. Parallelanalyse mit ML-Schätzung)
2.	Schätzung der EFA für diese Faktorenanzahl (i.d.R. mit ML-Schätzung und obliquer Rotationsmethode)
4.	Interpretation der Ladungen • *Falls Einfachstruktur:* – Können die Faktoren inhaltlich interpretiert werden? • *Falls keine Einfachstruktur:* – Welche Items sorgen dafür, dass keine Einfachstruktur vorliegt? – Gibt es einen inhaltlichen Grund für die fehlende Einfachstruktur? – Können die Faktoren auf der Basis der anderen Items inhaltlich interpretiert werden? – Ggf. Re-Spezifikation der Faktorenanzahl oder Anpassung des Tests (z.B. durch Entfernung/Umformulierung einzelner Items)
5.	Interpretation der Korrelation der Faktoren (bei obliquer Rotation)
6.	Schätzung des Modells in einer CFA (Evaluation des Modellfit, Bestimmung der Faktorwerte, etc.)

9. Anwendung

Beispiel 1: NEO-FFI (Extraversion)

Ostendorf & Angleiter (2004)

(Hinweis: R Outputs wurden zur besseren Interpretierbarkeit um Farben und Kommentaren ergänzt. In der Klausur ist dies nicht der Fall!)

Extraversions-Skala des NEO-FFI

- Wir können nun alle Modelle für die Extraversionsitems des NEO-FFI prüfen
- Aber ist das wirklich sinnvoll in Hinblick auf Inhaltsvalidität und Skalierbarkeit?
- Wir betrachten zunächst die Extraversionsitems des NEO-FFI:

NEO-FFI	Item	NEO-PI-R Facette	Trennschärfe
Item N2	gerne viele Leute um sich	Geselligkeit (E2)	.56
Item N7	leicht zum Lachen zu bringen	Frohsinn (E6)	.45
Item N12	*nicht besonders fröhlich	Frohsinn (E6)	.51
Item N17	gerne mit anderen unterhalten	Herzlichkeit (E1)	.52
Item N22	gern im Mittelpunkt stehen	Erlebnishunger (E5)	.38
Item N27	*vorziehen, Dinge alleine zu tun	Geselligkeit (E2)	.33
Item N32	vor Energie überschäumen	Aktivität (E4)	.41
Item N37	fröhlicher Mensch	Frohsinn (E6)	.62
Item N42	*kein gut gelaunter Optimist	Frohsinn (E6)	.51
Item N47	hektisches Leben	Aktivität (E4)	.15
Item N52	aktiver Mensch sein	Aktivität (E4)	.52
Item N57	*lieber eigene Wege gehen	Durchsetzungsfähigkeit (E3)	.32

Beispiel NEO-FFI: CFA

- Testen (CFA!) wir nun alle eindimensionalen Modelle für die 7 ausgewählten Extraversionsitems (N = 1449)

1-faktorielle Modelle	p-Wert	SRMR	CFI	RMSEA	BIC
Parallel	0.000	0.230	0.002	0.224	21963.861
Essentiell parallel	0.000	0.158	0.591	0.159	20629.884
τ-äquivalent	0.000	0.271	0.095	0.237	21784.510
Essentiell τ-äquivalent	0.000	0.164	0.661	0.165	20504.634
τ-kongenerisch	0.000	0.063	0.888	0.114	20013.164

➢ Die Werte des am wenigsten strengen τ-kongenerischen Modells liegen leicht außerhalb der Grenzen für einen akzeptablen Modell-Fit (außer SRMR) ➢ Kein eindimensionales Modell passt!

➢ Das τ-kongenerischen Modells weist den niedrigsten BIC auf und ist somit unter allen unpassenden Modelle noch “das Beste”

Beispiel NEO-FFI: Lokaler Modellfit I

- Inspizieren wir die Ladungen des τ-kongenerischen Modells:

```
Latent Variables:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)   Std.lv  Std.all
  EXTRA =~
    n7                0.380    0.019   19.591    0.000    0.380    0.525
    n12               0.532    0.020   26.961    0.000    0.532    0.684
    n32               0.246    0.017   14.195    0.000    0.246    0.393
    n37               0.574    0.017   34.268    0.000    0.574    0.827
    n42               0.551    0.021   26.669    0.000    0.551    0.678
    n47               0.050    0.019    2.580    0.010    0.050    0.074
    n52               0.359    0.019   18.876    0.000    0.359    0.508
```

➢ Das Item 47 weist eine sehr niedrige Ladung auf der latenten Variable auf
  ➢ Item inspizieren und ggf. umformulieren/entfernen?

➢ Aber auch die übrigen Items laden teilweise eher niedrig auf der latenten Variable: Messen alle Items dasselbe?

Beispiel NEO-FFI: Lokaler Modellfit II

- Betrachten wir die Modifikationsindizes des τ-kongenerischen Modells:

```
   lhs op rhs      mi    epc
44 n47 ~~ n52 101.111  0.111
38 n32 ~~ n52  98.160  0.097
37 n32 ~~ n47  62.476  0.081
35 n32 ~~ n37  30.621 -0.048
33 n12 ~~ n47  19.781 -0.049
39 n37 ~~ n42  15.138  0.050
40 n37 ~~ n47  10.700 -0.030
27  n7 ~~ n42  10.687 -0.038
24  n7 ~~ n12   9.905  0.035
34 n12 ~~ n52   7.646 -0.030
```

Items der Facette „Aktivität“

➛ Die Modifikationsindizes schlagen vor die Fehlervariablen mehrerer Items korrelieren zu lassen, welche die gleiche Facette messen sollten ➛ Messen die Items etwa mehrere latente Variablen (nämlich die Facetten)?

Beispiel NEO-FFI: EFA

- Es ist nun naheliegend gleich die beiden Facetten Aktivität und Frohsinn als **zwei Faktoren** zu spezifizieren. (Alternativ könnten wir eine Parallelanalyse durchzuführen, um die Anzahl der Faktoren empirisch zu bestimmen.)
- Wir schätzen also eine EFA mit 2 Faktoren und *oblimin*-Rotation und prüfen die resultierende Mustermatrix:

```
Standardized loadings (pattern matrix)

      ML1   ML2   h2
N37  0.83  0.02 0.70
n12  0.71 -0.03 0.48
n42  0.66  0.04 0.46
N7   0.50  0.04 0.27
N52  0.20  0.58 0.49
N47 -0.24  0.55 0.24
N32  0.12 -0.49 0.31


With factor correlations of
     ML1  ML2
ML1 1.00 0.45
ML2 0.45 1.00
```

- ➢ Liegt hier Einfachstruktur vor?
  - Welche Items beeinträchtigen die Einfachstruktur?
  - Gibt es einen inhaltlichen Grund dafür?
  - Sind deren Ladungen absolut gesehen „hoch“ oder ähnlich hoch wie die Hauptladungen?
- ➢ Können die Faktoren inhaltlich interpretiert werden?

Beispiel NEO-FFI: CFA – Revision I

- Die Mustermatrix der EFA weist eine gut interpretierbare Faktorlösung auf. Es bleibt jedoch offen, wie der Modellfit des neuen Modells ist. Prüfen wir also das zweidimensionales τ-kongenerischen Modell mit Einfachstruktur in der CFA.

	chisq	df	pvalue	rmsea	cfi	srmr	bic
2-faktoriell tau-kong.	97.628	13	.000	.067	.964	.043	19841.971
1-faktoriell tau-kong.	276.099	14	.000	.114	.888	.063	20013.164

➢ Der Modelltest ist immer noch signifikant, sodass keine Modellpassung für das zweidimensionale Modell vorliegt. Allerdings weisen SRMR ($\leq$ .11) und CFI ($\geq$ .95) akzeptable Werte auf.

➢ Das zweidimensionale Modell ist auch bezogen auf das Zusammenspiel von Modellfit und Sparsamkeit dem eindimensionalen Modell vorzuziehen (kleinerer Wert auf dem BIC).

➢ Mögliche Gründe für das Scheitern: signifikante Nebenladungen, korrelierte Fehler…

Beispiel NEO-FFI: CFA - Revision II

Ladungen

```
Latent Variables:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)   Std.lv  Std.all
  FROH =~
    n7                0.379    0.019   19.504    0.000    0.379    0.522
    n12               0.532    0.020   26.868    0.000    0.532    0.683
    n37               0.586    0.017   34.838    0.000    0.586    0.844
    n42               0.550    0.021   26.538    0.000    0.550    0.676
  AKT =~
    n32               0.332    0.020   17.010    0.000    0.332    0.530
    n47               0.193    0.021    9.383    0.000    0.193    0.289
    n52               0.554    0.025   22.330    0.000    0.554    0.784

Covariances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)   Std.lv  Std.all
  FROH ~~
    AKT               0.598    0.029   20.263    0.000    0.598    0.598
```

Kovarianzen der Faktoren

Beispiel NEO-FFI: CFA – Revision III

Intercepts:

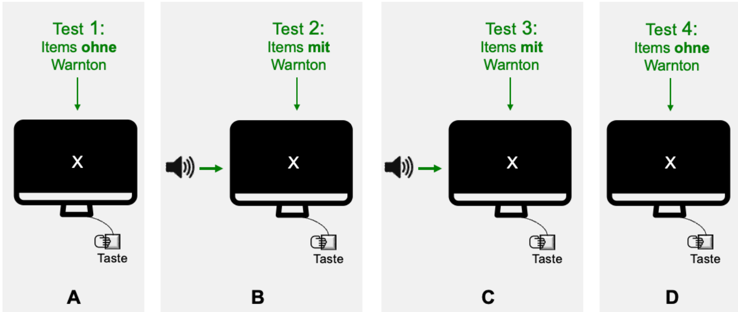
	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
FROH	0.000				0.000	0.000
AKT	0.000				0.000	0.000
.n7	1.960	0.019	102.904	0.000	1.960	2.703
.n12	1.892	0.020	92.580	0.000	1.892	2.432
.n37	1.828	0.018	100.251	0.000	1.828	2.634
.n42	1.665	0.021	78.015	0.000	1.665	2.049
.n32	1.336	0.016	81.138	0.000	1.336	2.132
.n47	1.343	0.018	76.533	0.000	1.343	2.011
.n52	1.702	0.019	91.699	0.000	1.702	2.409

Itemparameter

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(>|z|)	Std.lv	Std.all
.n7	0.382	0.015	24.762	0.000	0.382	0.727
.n12	0.323	0.015	21.534	0.000	0.323	0.533
.n37	0.138	0.011	12.573	0.000	0.138	0.287
.n42	0.358	0.016	21.759	0.000	0.358	0.542
.n32	0.283	0.013	21.331	0.000	0.283	0.719
.n47	0.409	0.016	25.864	0.000	0.409	0.916
.n52	0.192	0.023	8.486	0.000	0.192	0.385
FROH	1.000				1.000	1.000
AKT	1.000				1.000	1.000

Fehlervarianzen



9. Anwendung

Beispiel 2: Leistungstest TAP

Zimmermann & Fimm (2009)

(Hinweis: R Outputs wurden zur besseren Interpretierbarkeit um Farben und Kommentaren ergänzt. In der Klausur ist dies nicht der Fall!)

Beispiel TAP: CFA

- Testen wir nun alle eindimensionalen Modelle für die TAP mit 4 Items (N = 136):

1-faktorielle Modelle	p-Wert	SRMR	CFI	RMSEA	BIC
Parallel	0.000	0.131	0.725	0.275	5822.595
Essentiell parallel	0.000	0.095	0.819	0.262	5795.623
τ-äquivalent	0.000	0.105	0.851	0.237	5782.414
Essentiell τ-äquivalent	0.000	0.038	0.951	0.173	5753.132
τ-kongenerisch	0.000	0.026	0.946	0.285	5766.685

➢ Der Modelltest kann für keines der Modelle angenommen werden.

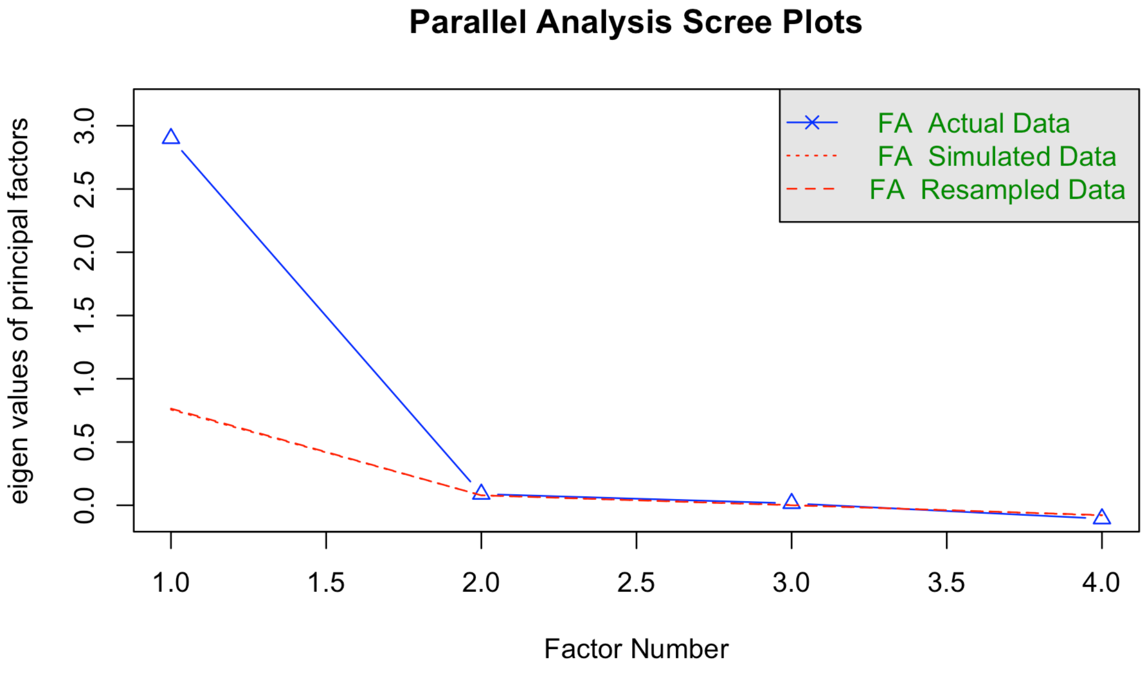
➢ Der BIC und zwei der Fit Indizes bevorzugen das essentiell τ-äquivalenten Modell.

➢ Dennoch weist der RMSEA ($\geq$ .08) darauf hin, dass das Modell noch Probleme aufweist!

Beispiel TAP: EFA

- Aufgrund der Gruppierung der Items (2 mit und 2 ohne Warnton) könnte es sein, dass dem Test zwei Faktoren zugrunde liegen.
- Wir schauen uns deshalb an, wie viele Faktoren die Parallelanalyse vorschlägt.

```
Parallel analysis suggests that
the number of factors =  1
```



➢ Entgegen unserer Vermutung weist die Parallelanalyse auf nur einen Faktor hin!

Beispiel TAP: Lokaler Modellfit

- Schauen wir uns also doch zunächst die Modifikationsindizes des „am besten“ passenden essentiell τ-äquivalenten Modells an:

```
     lhs op   rhs     mi      epc
16 almd1 ~~ almd3 16.447 -626.192
15 almd1 ~~ almd2 14.279  599.376
19 almd2 ~~ almd4 13.215 -514.450
20 almd3 ~~ almd4  7.131  375.207
```

➢ Im ersten Schritt ergibt sich die größte Modellverbesserung durch Freisetzung der Korrelation zwischen den Fehlervariablen der Items almd1 und almd3.

Beispiel TAP: CFA – Revision I

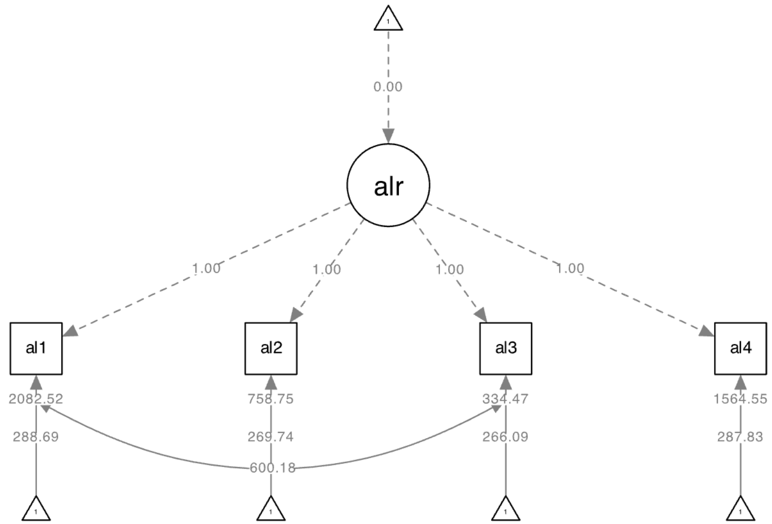
- Vergleichen wir nun das Modell mit dem korrelierten Fehler mit den bisherigen TAP Modellen:

1-faktorielle Modelle	p-Wert	SRMR	CFI	RMSEA	BIC
Parallel	0.000	0.131	0.725	0.275	5822.595
Essentiell parallel	0.000	0.095	0.819	0.262	5795.623
τ-äquivalent	0.000	0.105	0.851	0.237	5782.414
Essentiell τ-äquivalent	0.001	0.038	0.951	0.173	5753.132
τ-kongenerisch	0.000	0.026	0.946	0.285	5766.685
Essentiell τ-äquivalent + korr. Fehler	0.200	0.056	0.995	0.060	5738.782

➢ Der Modelltest ist für das essentiell τ-äquivalente Modell mit korreliertem Fehler nicht signifikant, sodass die Folgerungen des Modells angenommen werden können.

Beispiel TAP: CFA – Revision 2

- Ist die Re-Spezifikation sinnvoll interpretierbar?
  - Korrelierte Fehler lassen sich oft nicht auf neue Datensätze generalisieren und sind inhaltlich schwer zu interpretieren!
  - Hier: „Niedrige Reaktionszeiten im ersten Item gehen durchschnittlich mit hohen im dritten Item einher (und umgekehrt) nachdem bereits für die latente Variable Alertness kontrolliert wurde



→ Daher doch Annahme des essentiell τ-äquivalenten Modells?

```
Covariances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)   Std.lv  Std.all
 .almd1 ~~
   .almd3          -600.177  130.376   -4.603    0.000 -600.177   -0.719
```

Das war‘s schon fast für heute…

- *Ausblick:* In der nächsten Vorlesung beschäftigen wir uns mit der Reliabilitätsschätzung in den verschiedenen testtheoretischen Modellen

- *Aber zuerst:*
  - **Gibt es offene Fragen zur heutigen Vorlesung?**
  - Zur Vertiefung:
    - Übungsblatt 6 zur Faktorenanalyse auf Moodle
    - R Code zu den Beispielen der heutigen VL im Zusatzmaterial auf Moodle
    - R Code wird in den nächsten Wochen in den UKs vertieft thematisiert
    - Bühner (2021, Kapitel 6 & 7)