

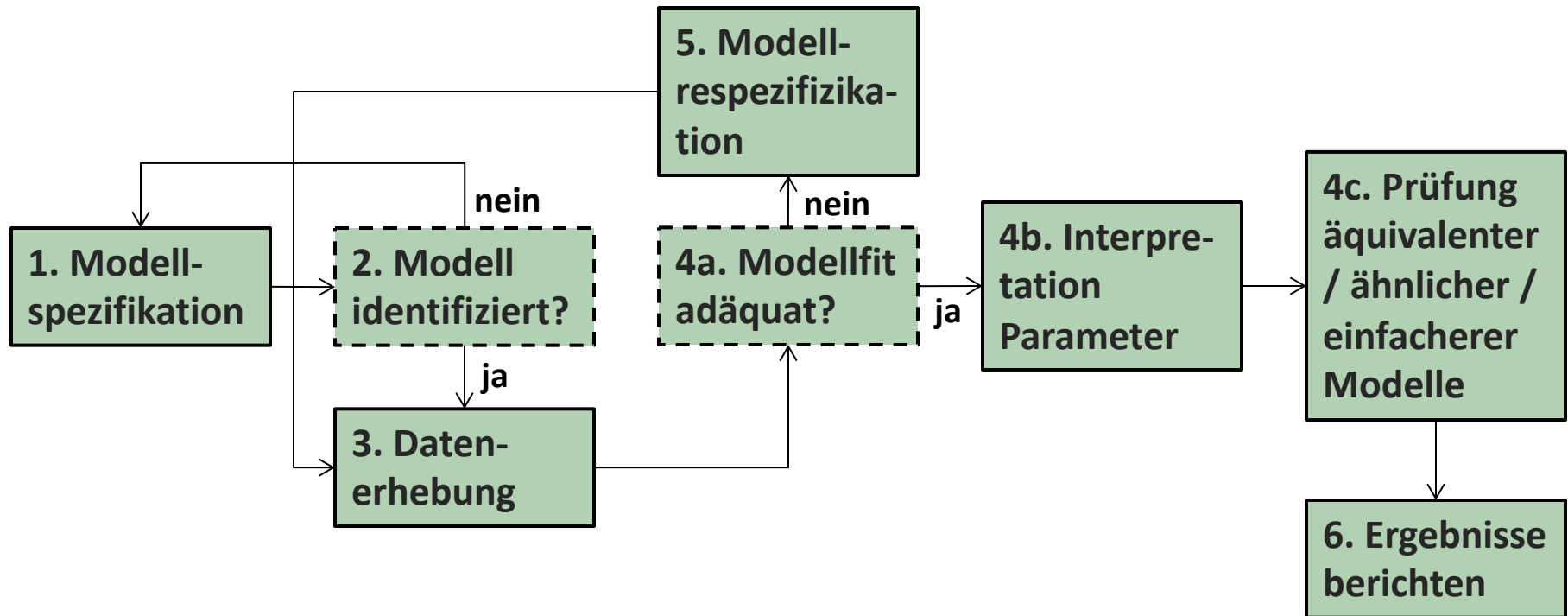
SEM 5: Mediation und Messinvarianz



We are happy to share our materials openly:

The content of these Open Educational Resources by Lehrstuhl für Psychologische Methodenlehre und Diagnostik, Ludwig-Maximilians-Universität München is licensed under CC BY-SA 4.0. The CC Attribution-ShareAlike 4.0 International license means that you can reuse or transform the content of our materials for any purpose as long as you cite our original materials and share your derivatives under the same license.

Flowchart: Schritte bei der SEM-Modellierung



Fortgeschrittene SEM-Themen

1. Multigruppen-SEM/CFA:
Testung von Messinvarianz
2. (Latente) Mediationsanalyse:
Betrachtung von direkten und indirekten kausalen Effekten

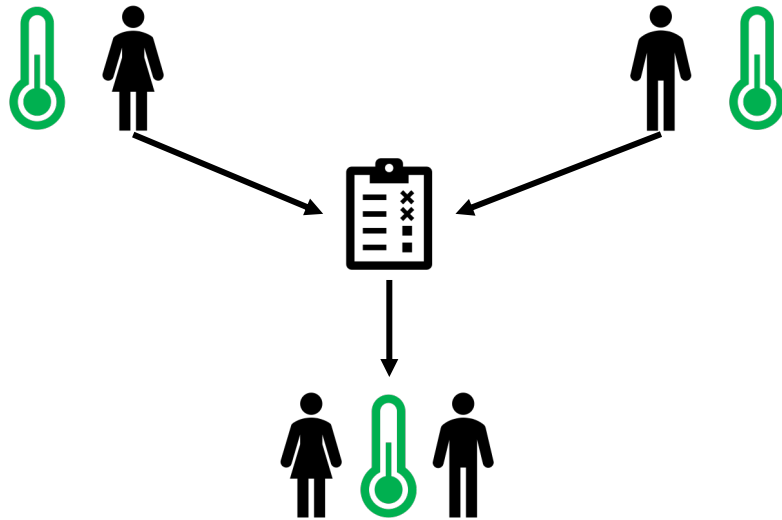
Multigruppen-SEM und Messinvarianz

Multigruppen-SEM und Messinvarianz

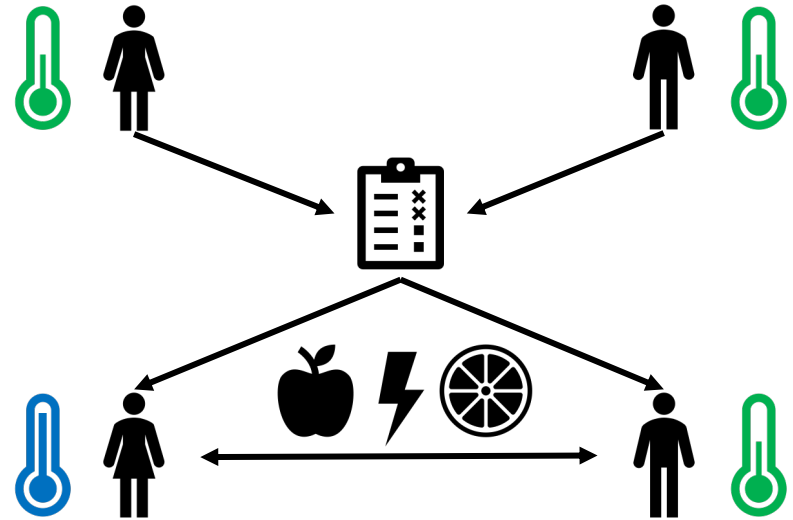
- In einem Multigruppen-SEM wird ein bestimmtes Modell gleichzeitig für verschiedene Gruppen von Personen (z.B. Daten aus zwei Ländern) betrachtet.
- Primär werden hier die Messmodelle eines SEM betrachtet.
- Ein Ziel von Multigruppen-SEMs ist herauszufinden, ob **Messinvarianz** zwischen den Gruppen vorliegt.
- Zentrale Frage bei der Prüfung von Messinvarianz:
Sind die Messmodelle zwischen den Gruppen äquivalent? (anders formuliert: sind die Parameter der Messmodelle, also z.B. die Ladungen, zwischen den Gruppen gleich?)
- Wenn Gruppenunterschiede festgestellt werden (z.B. Personen in den USA sind extravertierter als Personen in Deutschland), entscheidet das Vorliegen von Messinvarianz, ob beobachtete Gruppenunterschiede als „wahre“ Unterschiede zwischen den Gruppen interpretiert werden dürfen oder ob die Konstrukte in den Gruppen nur unterschiedlich gemessen werden

Multigruppen-SEM und Messinvarianz

Invariantes Messinstrument



Non-Invariantes Messinstrument



- Wenn Messinvarianz nicht vorliegt, wird abhängig von Gruppenzugehörigkeiten ein anderes Testergebnis erwartet, obwohl die tatsächliche, „wahre“ Ausprägung auf dem Konstrukt gleich ist (wir vergleichen dann “apples and oranges”)
- Häufig liest man, dass Messinvarianz bedeutet, dass dasselbe Konstrukt in den Gruppen gemessen wird. Das ist nicht ohne weiteres richtig. Was in den jeweiligen Gruppen gemessen wird, ist eine Frage der Validität.
- Messinvarianz bedeutet in erster Linie, dass die Parameter der Messmodelle in beiden Gruppen gleich/invariant sind.
- S. hierzu auch Protzko (2024)

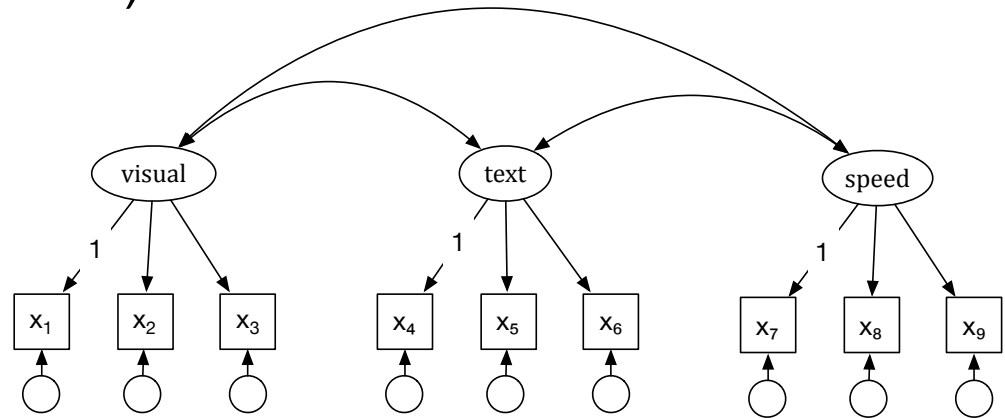
Mögliche Ursachen für Non-Invarianz

- Messinvarianz kann durch viele Faktoren verletzt sein, z. B.
 - Alterseffekte: „Ich gehe gerne auf Partys“ ist vielleicht ein gutes Extraversionsitem für Personen im Alter von 20-40 Jahren. Bei 70-Jährigen ist die „Verbindung“ zum Konstrukt Extraversion wahrscheinlich weniger stark (s. Seifert, Rohrer, & Schmuckle, 2024)
 - Geschlechtereffekte: Depressionen manifestieren sich unterschiedlich zwischen Männern und Frauen (z. B. externalisierende vs. internalisierende Symptome). „Ich weine viel“ könnte abhängig vom Geschlecht ein unterschiedlich starker „Marker“ für Depression sein.
 - Kulturelle Effekte: Antwortskalen (z. B. Likert-Skalen, „stimme nicht zu“ bis „stimme zu“) werden häufig unterschiedlich zwischen Gruppen verwendet, z. B. kulturelle Unterschiede in Zustimmungstendenzen (s. Lechner, Partsch, Dammer, & Rammstedt, 2019)

- Multigruppen-SEM bzw. Multigruppen-CFA:
 - Stichprobe wird in (z.B., 2) Gruppen eingeteilt (z.B. Daten aus zwei Ländern)
 - In jeder Gruppe wird die CFA zunächst *separat* geschätzt – aber es gibt über alle Gruppen hinweg (jeweils) eine gemeinsame Fit-Statistik
 - „Group equality constraints“: es wird nochmal ein solches Modell geschätzt, aber diesmal mit der Anforderung, dass bestimmte Parameter zwischen den Gruppen gleich sein müssen (s. nächste Slide)
- Modellvergleich mit χ^2 -Differenzentest: Wird der Modellfit (über alle Gruppen hinweg) signifikant schlechter, wenn constraints zwischen den Gruppen eingeführt werden? Das wäre ein Zeichen für Fehlen von Messinvarianz, also dass die Parameter der Messmodelle zwischen den Gruppen unterschiedlich sind
- Da der χ^2 -Differenzentest die Stärke der Invarianz nicht berücksichtigt und gleichzeitig bei großen Stichproben eine hohe Power aufweist, wird empfohlen, bei der Testung von Messinvarianz auch Unterschiede in den Fit Indices (vor allem RMSEA und CFI) zu betrachten.

- Definitionsgleichung (s. VL 3) am Beispiel eines Items: $X_1 = \tau_1 + \lambda_1 \xi + \varepsilon_1$
- **„Configural invariance“**
 - Zwei Gruppen (z.B. Daten aus zwei verschiedenen Ländern), beide bekommen das strukturell gleiche Modell, werden aber separat gefittet
- **„Weak/metric invariance“**
 - Faktorladungen (λ) werden zwischen den Gruppen gleichgesetzt
- **„strong/scalar invariance“**
 - (zusätzlich zu den Faktorladungen:) Intercepts (τ) der Items werden gleichgesetzt
- Wichtig: Will man Gruppen in ihrer durchschnittlichen Ausprägung auf den latenten Konstrukten vergleichen, muss **strong/scalar invariance** gegeben sein!
[Hinweis: Es gibt noch weitere Typen von Invarianzen, zum Beispiel bzgl. der Varianzen von ε]
- Das gilt streng genommen für alle Arten von Vergleichen! (z.B. Therapie- vs. Kontrollgruppe, oder auch Vergleich innerhalb von Gruppen über die Zeit)

- Gilt das Messmodell (drei Faktoren) für Proband*innen (Schüler*innen) verschiedener Schulen gleichermaßen (wichtig wenn Gruppenunterschiede von Interesse):



```
HS.model <- '  
  visual  =~ x1 + x2 + x3  
  textual =~ x4 + x5 + x6  
  speed   =~ x7 + x8 + x9  
,
```

Configural Model (die oben abgebildete „Architektur“ gilt für beiden Gruppen):

```
fit <- cfa(model = HS.model,  
  data = HolzingerSwineford1939, group = "school")
```

```
summary(fit, standardized = TRUE, fit.measures = TRUE)
```

Group 1 [Pasteur]:

Latent Variables:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
visual =~						
x1	1.000				1.047	0.887
x2	0.394	0.122	3.220	0.001	0.412	0.336
x3	0.570	0.140	4.076	0.000	0.597	0.515
textual =~						
x4	1.000				0.946	0.823
x5	1.183	0.102	11.613	0.000	1.119	0.856
x6	0.875	0.077	11.421	0.000	0.827	0.838

Group 2 [Grant-White]:

Latent Variables:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
visual =~						
x1	1.000				0.777	0.677
x2	0.736	0.155	4.760	0.000	0.572	0.517
x3	0.925	0.166	5.583	0.000	0.719	0.694
textual =~						
x4	1.000				0.971	0.866
x5	0.990	0.087	11.418	0.000	0.961	0.829
x6	0.963	0.085	11.377	0.000	0.935	0.826

Metric Model (alle Ladungen werden gleichgesetzt zwischen Gruppen):

```
fit2 <- cfa(HS.model, data = HolzingerSwineford1939,  
            group = "school", group.equal = c("loadings"))
```

Group 1 [Pasteur]:

Latent Variables:

		Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
visual =~							
x1		1.000				0.897	0.771
x2	(.p2.)	0.599	0.100	5.979	0.000	0.537	0.432
x3	(.p3.)	0.784	0.108	7.267	0.000	0.704	0.600
textual =~							
x4		1.000				0.956	0.823
x5	(.p5.)	1.083	0.067	16.049	0.000	1.035	0.824
x6	(.p6.)	0.912	0.058	15.785	0.000	0.871	0.860

Group 2 [Grant-White]:

Latent Variables:

		Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
visual =~							
x1		1.000				0.850	0.727
x2	(.p2.)	0.599	0.100	5.979	0.000	0.509	0.466
x3	(.p3.)	0.784	0.108	7.267	0.000	0.667	0.651

Modellvergleich mit anova() Funktion:

```
anova(fit, fit2)
```

Chi-Squared Difference Test

	Df	AIC	BIC	Chisq	Chisq diff	Df diff	Pr(>Chisq)
fit	48	7484.4	7706.8	115.85			
fit2	54	7480.6	7680.8	124.04	8.1922	6	0.2244

Interpretation des Beispiels: Modell mit gleichen Ladungsparametern (metric model) für die verschiedenen Gruppen nicht schlechter als Modell mit freier Parameterschätzung (configural model): „metric invariance“ wurde festgestellt; die Ladungen können als invariant/gleich zwischen den Gruppen angesehen werden

- Im nächsten Schritt würden wir noch die Invarianz der Intercepts testen (scalar model) und mit dem metric model (fit2) vergleichen:

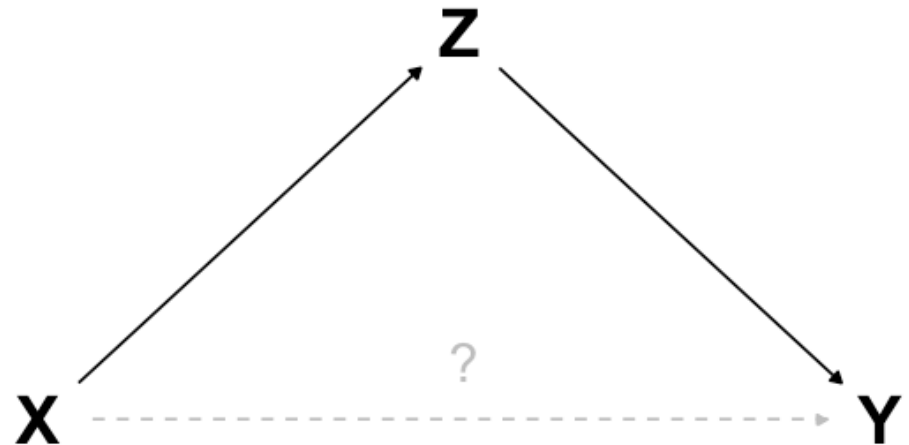
```
fit3 <- cfa(HS.model, data = HolzingerSwineford1939,  
group = "school", group.equal = c("loadings, intercepts"))
```

- Die eben vorgestellte Methode heißt Multigruppen-CFA und ist die „simpeleste“ Methode zur Untersuchung von Messinvarianz.
- Es gibt noch viele weitere Methoden und Modelle, zum Beispiel für Fälle mit mehreren Kovariaten, kontinuierlichen Kovariaten ohne „distinkte Gruppen“, unbeobachteten Kovariaten etc.
- Für Übersichten s. Kim, Cao, Wang, und Nguyen (2017) und Sterner, De Roover, und Goretzko (2024).
- Außerdem ist in den letzten Jahren eine Diskussion darüber entstanden, wie realistisch, brauchbar und aussagekräftig (das Vorliegen von) Messinvarianz ist.
 - Das Lager der „Kritiker*innen“: Funder und Gardiner (2024); Robitzsch & Lüdtke (2023); Welzel, Brunkert, Kruse, und Inglehart (2021)
 - Das Lager der „Befürworter*innen“: Meulemann et al. (2022); Sterner, Deffner, Pargent, und Goretzko (2024); Fischer und Rudnev (2024)

Mediation

Wiederholung: The Pipe

```
> n <- 1000
> set.seed(1)
> x <- rnorm(n)
> z <- rnorm(n, mean = x)
> y <- rnorm(n, mean = z)
>
> cor(x, y)
[1] 0.5939462
>
> coef(lm(y ~ x))
(Intercept)                x
-0.0003049726  1.0556230043
> coef(lm(y ~ x + z))
(Intercept)                x                z
 0.01623840  0.02703181  1.02201703
```

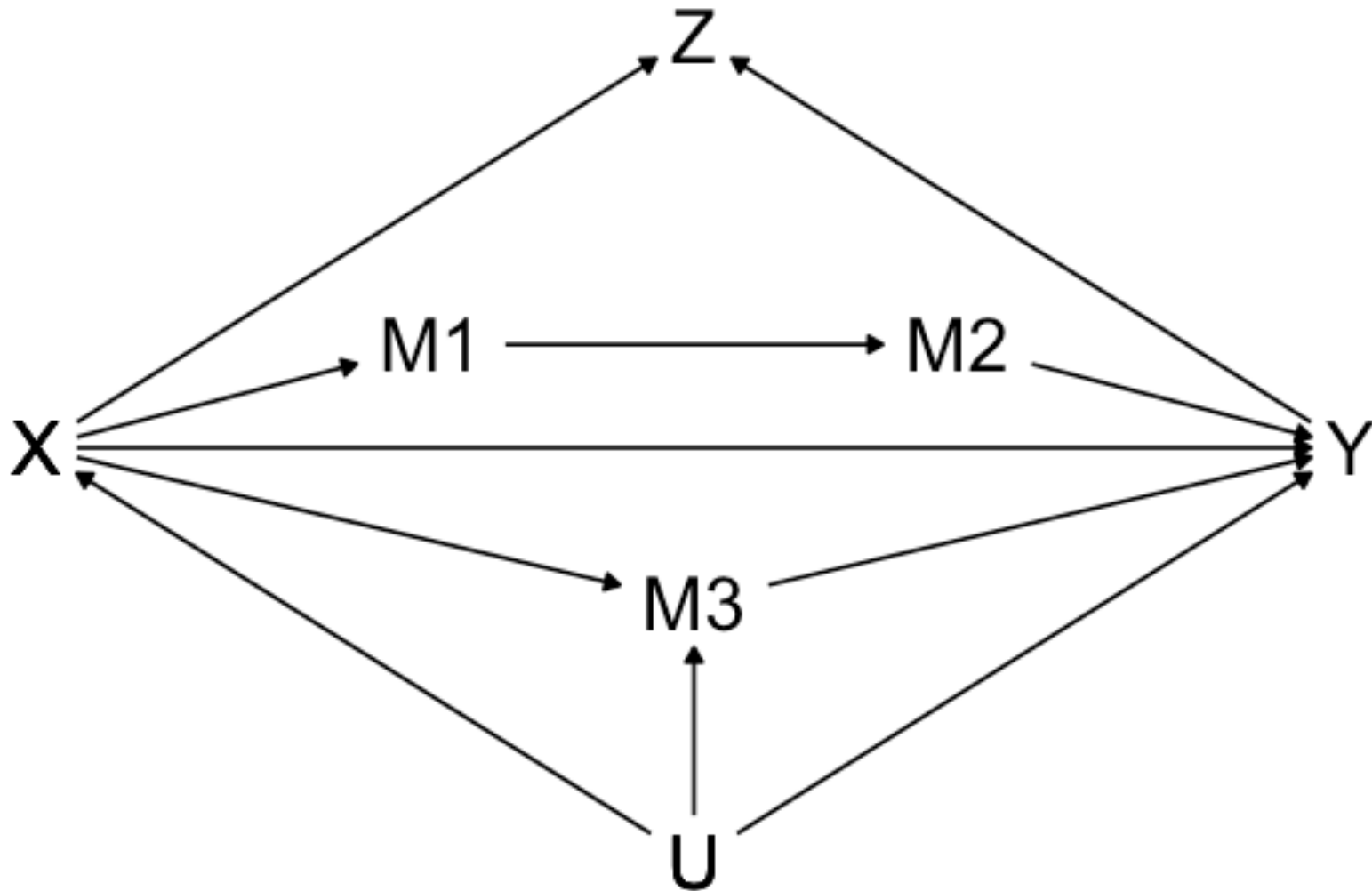


- X und Y sind nicht unabhängig
- X und Y sind unabhängig, wenn für Z kontrolliert wird
- Z ist ein „Mediator“ zwischen X und Y
- Einfache Regression schätzt den „totalen“ kausalen Effekt von X auf Y
- Multiple Regression schätzt den „direkten“ kausalen Effekt von X auf Y

- The Pipe ist die fundamentale Kausalstruktur im Rahmen von Mediationsanalysen.
- In Mediationsanalysen geht es inhaltlich darum, wie sich eine Variable X (Treatment) kausal über eine oder mehrere andere Variablen M (Mediator) auf eine Variable Y (Outcome) auswirkt.
- Im Rahmen der kausalen Inferenz geht es in Mediationsanalysen also im Grunde um die Betrachtung (und den Vergleich) der totalen, direkten und indirekten kausalen Effekten.
- Wir werden zunächst das Phänomen der Mediation allgemein mithilfe von DAGs betrachten.
- Dann werden wir die Schätzung von totalen, direkten und indirekten kausalen Effekten im einfachen Fall von linearen SEMs betrachten.

- Totaler kausaler Effekt von X auf Y:
Erwartete Veränderung in Y bei einer Manipulation von X (z.B. $x + 1$).
- Der totale Effekt beinhaltet alle Möglichkeiten wie X kausal Y beeinflussen kann. Im DAG sind das alle Möglichkeiten von X nach Y zu gelangen, bei denen nur Pfade in Pfeilrichtung beteiligt sind („kausale Pfade“).
- Um zu bestimmen, für welche Variablen bei der Schätzung des totalen Effekts von X auf Y kontrolliert werden muss, haben wir das **Backdoor Kriterium** besprochen.

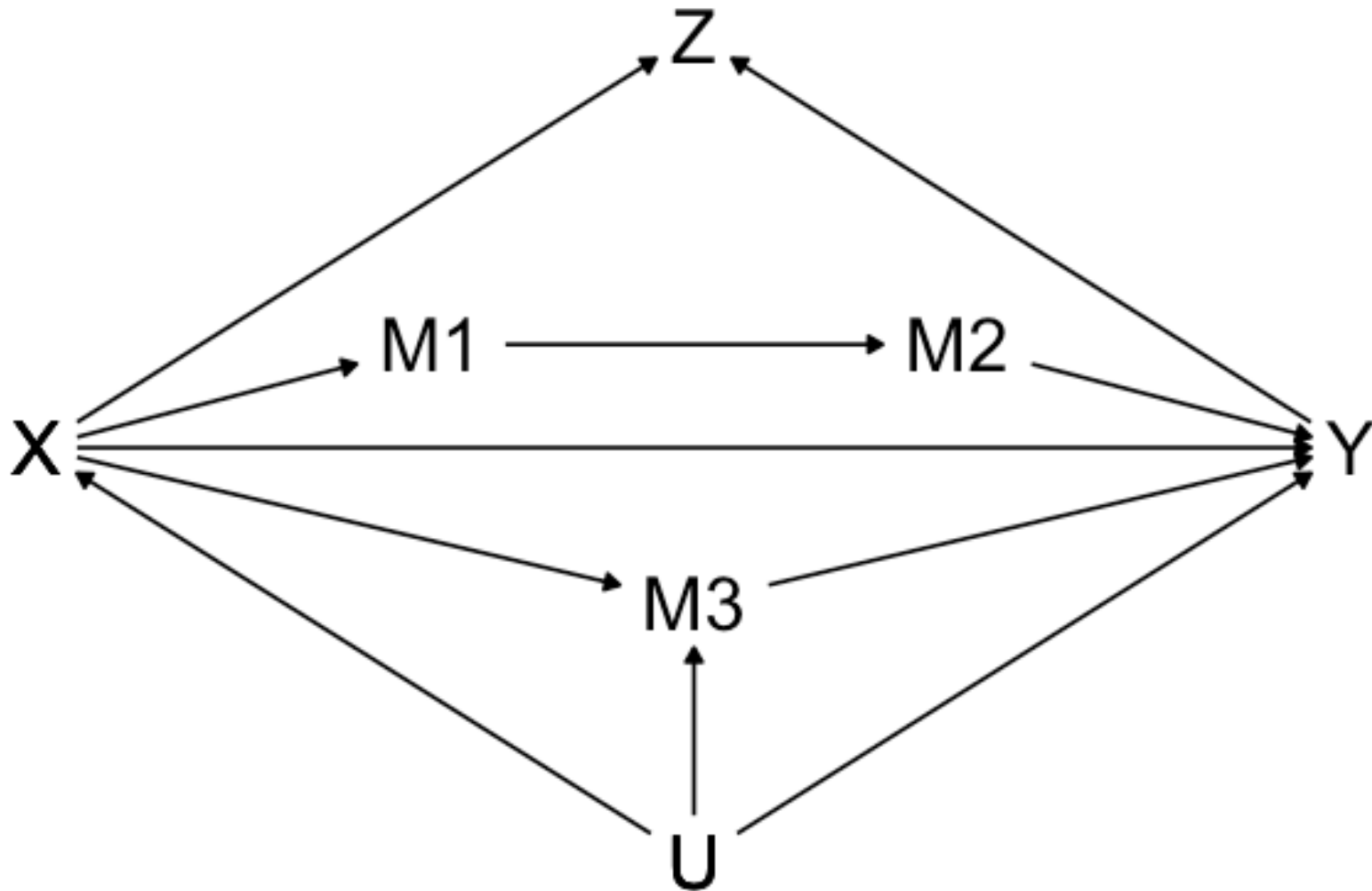
Beispiel: DAG Mediation



- Ein **Pfad** von X nach Y ist im DAG eine Verbindung, um von X über einen oder mehrere Pfeile nach Y zu kommen, ohne dabei eine Variable mehr als einmal zu besuchen. Die Richtung der Pfeile ist dabei egal.
- Ein Pfad ist **offen**, wenn er keinen Collider enthält. Ein Pfad ist **geschlossen**, wenn er einen Collider enthält.
- Ein **Backdoor Pfad** von X nach Y ist ein Pfad von X nach Y, bei dem ein Pfeil auf X zeigt. Diese Pfade sind potentiell gefährlich, da sie eventuell Confounder des kausalen Effekts von X auf Y enthalten. Backdoor Pfade, die einen Collider enthalten sind geschlossen und damit nicht gefährlich.
- Offene Pfade werden geschlossen, wenn für eine Variable (oder auch mehrere) auf dem Pfad kontrolliert wird, die kein Collider ist.
- Geschlossene Pfade werden geöffnet, wenn für eine Variable auf dem Pfad kontrolliert wird, die ein Collider ist.
 - Wenn auf demselben Pfad für einen Collider *und* für einen nicht-Collider kontrolliert wird, ist der Pfad geschlossen
- Möchte man einen offenen Pfad schließen, wird durch die Kontrolle einer Variable manchmal ein anderer (bisher) geschlossener Pfad geöffnet, der dann wiederum geschlossen werden muss (und so weiter).

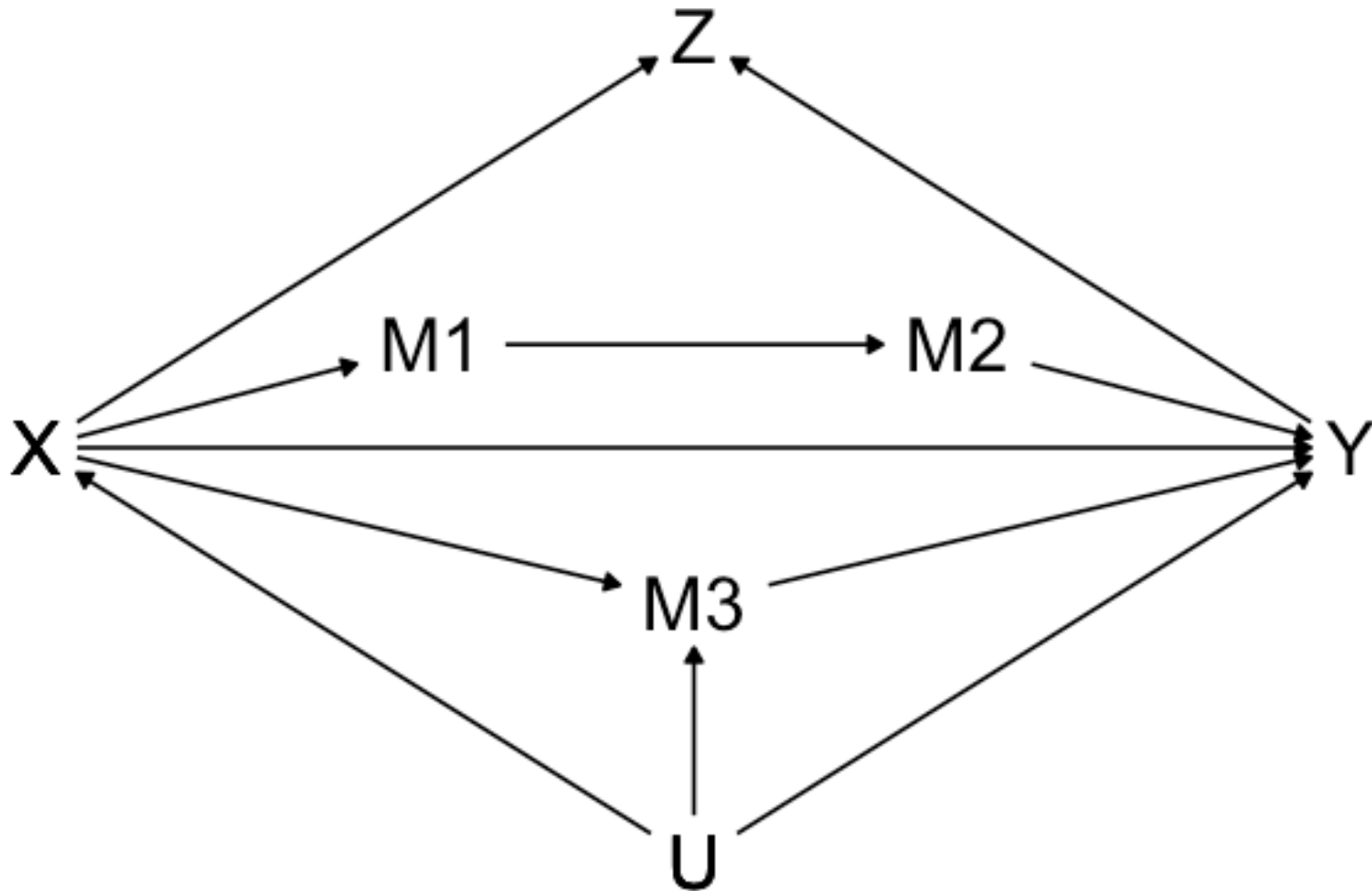
- Direkter kausaler Effekt von X auf Y:
Erwartete Veränderung in Y bei einer Manipulation von X (z.B. $x + 1$), die direkt von X nach Y verläuft und bei der keine anderen Variablen Z außer X und Y beteiligt sind (d.h. alle anderen Variablen im DAG haben immer noch den Wert als wäre X gar nicht manipuliert worden). Der direkte Effekt entspricht im DAG dem Pfeil $X \rightarrow Y$.
- Für die Schätzung des direkten kausalen Effekts von X auf Y müssen:
 - Alle offenen Backdoor Pfade geschlossen werden
 - Alle offenen Pfade geschlossen werden, bei denen man von X über andere Variablen M (Mediatoren) nach Y kommt und sich dabei nur in Pfeilrichtung bewegt („kausale Pfade“).
 - Werden beim Schließen der notwendigen offenen Pfade neue Pfade geöffnet, müssen auch diese geschlossen werden (und so weiter).

Beispiel: DAG Mediation



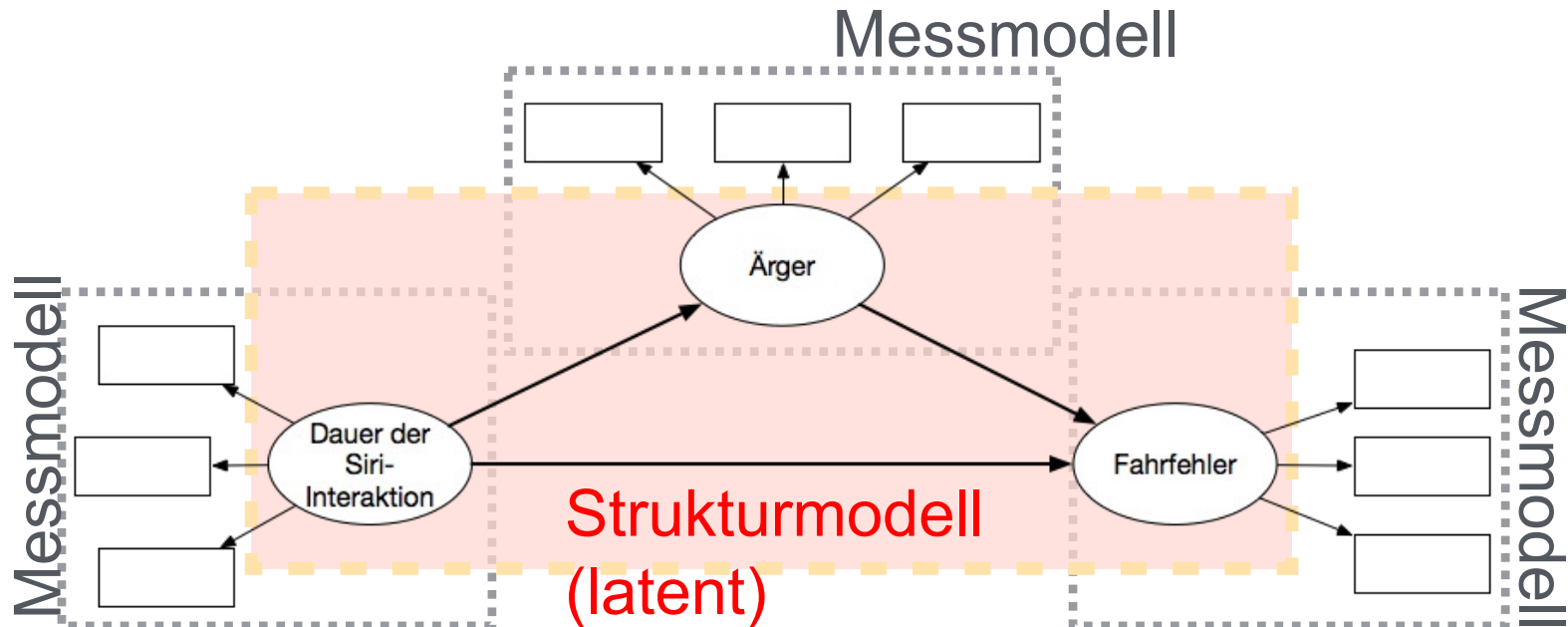
- Indirekter kausaler Effekt von X auf Y:
Erwartete Veränderung in Y bei einer Manipulation von X (z.B. $x + 1$), die *ausschließlich* über *andere* Variablen M (Mediatoren) zwischen X und Y verläuft. Im DAG sind das alle Möglichkeiten von X nach Y zu gelangen, bei denen nur Pfade in Pfeilrichtung beteiligt sind („kausale Pfade“), jedoch ohne den direkten Effekt $X \rightarrow Y$. Gibt es mehrere Mediatoren (bzw. mehrere „causal chains“) zwischen X und Y, können die entsprechenden indirekten Effekte auch separat betrachtet werden.
- Die Schätzung von indirekten kausalen Effekten ist im allgemeinen Fall (ohne vereinfachende Annahmen wie Linearität und fehlende Interaktionen) sehr kompliziert und wird in dieser Vorlesung nicht weiter betrachtet.
 - (Auf der folgenden Folie machen wir genau diese vereinfachenden Annahmen)

Beispiel: DAG Mediation

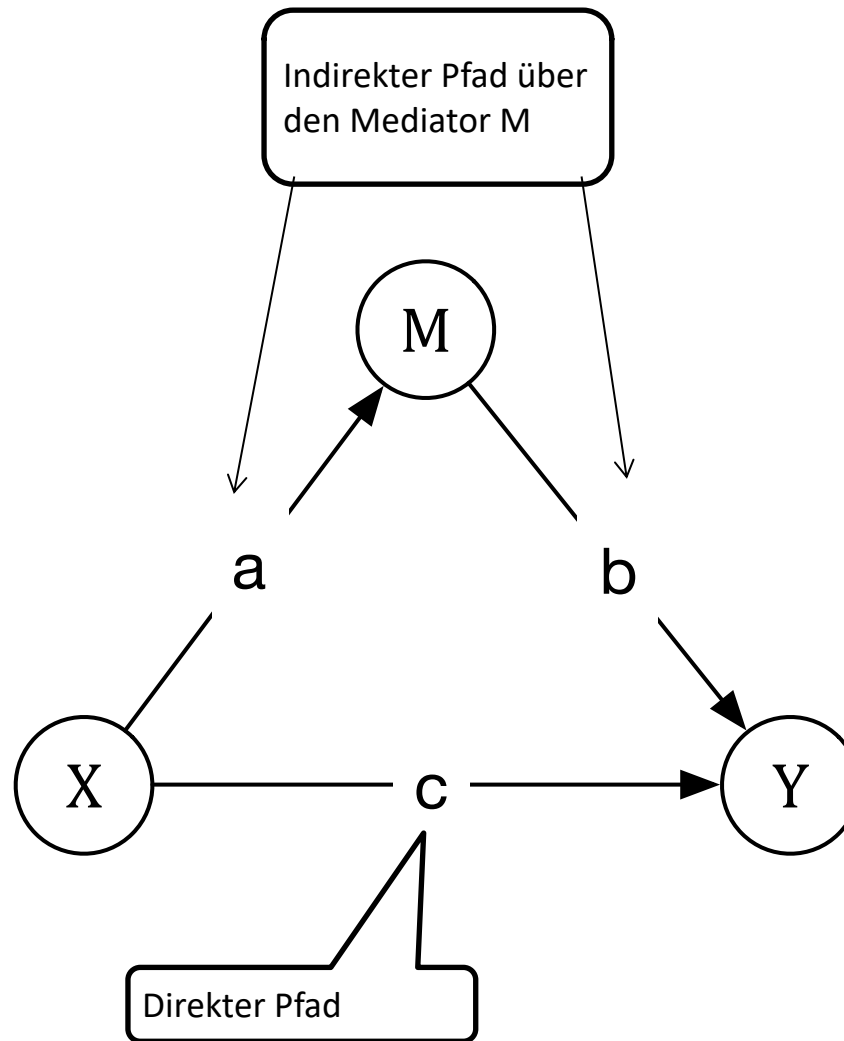


- In **linearen** Strukturgleichungsmodellen **ohne Interaktionen** gelten die folgenden einfachen Gesetzmäßigkeiten für die direkten, indirekten und totalen Effekte von X auf Y:
 - Der **direkte Effekt**, d.h. der Pfeil $X \rightarrow Y$, hat einen eindeutigen numerischen Wert. Er entspricht dem Steigungskoeffizient in einer (multiplen) linearen Regression.
 - Ein **indirekter Effekt** ($X \rightarrow M \rightarrow Y$ oder $X \rightarrow M1 \rightarrow M2 \rightarrow Y$) entspricht dem **Produkt** aller Pfadgewichte auf dem entsprechenden kausalen Pfad.
 - Der **totale Effekt** entspricht der **Summe** aus dem direkten Effekt und allen indirekten Effekten.
- Anstatt die totalen, direkten und indirekten kausalen Effekte mithilfe mehrerer Regressionsmodelle (inklusive der jeweils notwendigen Kontrollvariablen, basierend auf den Regeln der kausalen Inferenz) zu schätzen, ist im SEM Kontext (unter bestimmten Annahmen, siehe später) die gemeinsame Schätzung aller kausalen Effekte innerhalb eines einzigen SEM-Modells möglich.

- Das Prinzip der Mediation funktioniert genauso bei SEMs in denen alle (oder nur einige) der an der Mediation beteiligten Variablen latent sind.
- Ein Modell mit einer latenten Mediation enthält also eine Mediation im Strukturmodell, sowie Messmodelle für alle an der Mediation beteiligten latenten Variablen.



Latente Mediation: Durchführung im SEM Framework



- Direkte kausale Effekte):
 - a ist der direkte kausale Effekt von X auf M
 - b ist der direkte kausale Effekt von M auf Y
 - c ist der direkte kausale Effekt von X auf Y
- Indirekter kausaler Effekt von X auf Y entspricht $a \cdot b$

Hinweis zur Schätzung indirekter Effekte in der Praxis:

- Die multiplikative Verknüpfung ($a \cdot b$) führt zwingend zu einer Verletzung der Annahme der multivariaten Normalverteilung.
- Folge: Standardfehler von indirekten Effekten werden mit der herkömmlichen Methode nicht zuverlässig geschätzt und sollten stattdessen besser mithilfe einer speziellen **Bootstrap Methode** geschätzt werden (z.B. `se = "bootstrap"` in der `cfa()` Funktion im *lavaan* Paket).

Mediation in R (I)

```
> library(lavaan)
>
> model <- '
+ # measurement models
+ X =~ x1 + x2 + x3
+ M =~ x4 + x5 + x6
+ Y =~ x7 + x8 + x9
+ # direct effect(s)
+ Y ~ c*X
+ M ~ a*X
+ Y ~ b*M
+ # indirect effect (a*b)
+ ab := a*b
+ # total effect
+ total := c + (a*b)
+ '
>
> set.seed(1)
> fit <- cfa(model, data = HolzingerSwineford1939, se = "bootstrap")
```

```
> summary(fit, standardized = TRUE, fit.measures = TRUE)
lavaan 0.6.15 ended normally after 32 iterations
```

Estimator	ML
Optimization method	NLMINB
Number of model parameters	21
Number of observations	301

Model Test User Model:

Test statistic	85.306
Degrees of freedom	24
P-value (Chi-square)	0.000

Model Test Baseline Model:

Test statistic	918.852
Degrees of freedom	36
P-value	0.000

User Model versus Baseline Model:

Comparative Fit Index (CFI)	0.931
Tucker-Lewis Index (TLI)	0.896

Loglikelihood and Information Criteria:

Loglikelihood user model (H0)	-3737.745
Loglikelihood unrestricted model (H1)	-3695.092
Akaike (AIC)	7517.490
Bayesian (BIC)	7595.339
Sample-size adjusted Bayesian (SABIC)	7528.739

Root Mean Square Error of Approximation:

RMSEA	0.092
90 Percent confidence interval - lower	0.071
90 Percent confidence interval - upper	0.114
P-value H ₀ : RMSEA ≤ 0.050	0.001
P-value H ₀ : RMSEA ≥ 0.080	0.840

Standardized Root Mean Square Residual:

SRMR	0.065
------	-------

Mediation in R (IV)

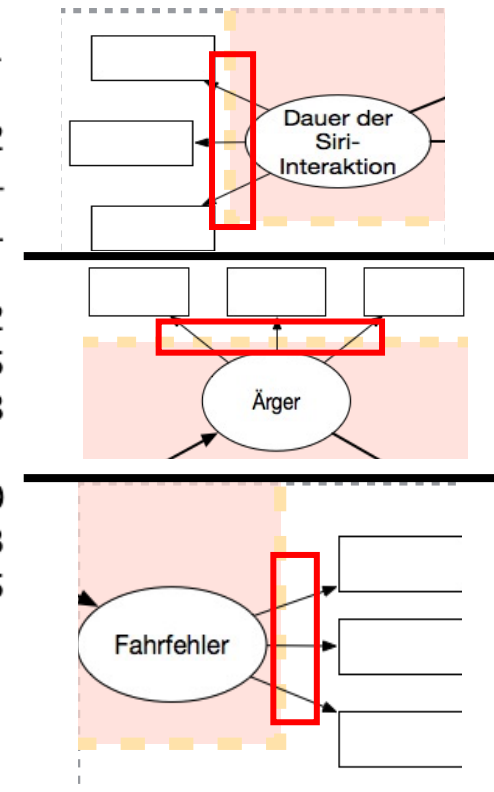
Parameter Estimates:

Standard errors	Bootstrap
Number of requested bootstrap draws	1000
Number of successful bootstrap draws	1000

Latent Variables:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
X =~						
x1	1.000				0.900	0.772
x2	0.554	0.139	3.986	0.000	0.498	0.424
x3	0.729	0.156	4.674	0.000	0.656	0.581
M =~						
x4	1.000				0.990	0.852
x5	1.113	0.066	16.836	0.000	1.102	0.855
x6	0.926	0.061	15.270	0.000	0.917	0.838
Y =~						
x7	1.000				0.619	0.570
x8	1.180	0.148	7.978	0.000	0.731	0.723
x9	1.082	0.380	2.850	0.004	0.670	0.665

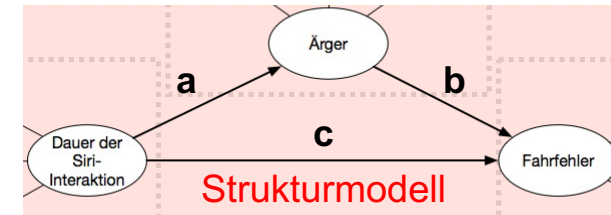
In unserem Beispiel:



Regressions:

		Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Y ~							
X	(c)	0.297	0.080	3.699	0.000	0.431	0.431
M ~							
X	(a)	0.504	0.097	5.179	0.000	0.459	0.459
Y ~							
M	(b)	0.053	0.055	0.970	0.332	0.085	0.085

In unserem Beispiel:



Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.x1	0.549	0.161	3.402	0.001	0.549	0.404
.x2	1.134	0.112	10.126	0.000	1.134	0.821
.x3	0.844	0.103	8.223	0.000	0.844	0.662
.x4	0.371	0.051	7.235	0.000	0.371	0.275
.x5	0.446	0.056	7.973	0.000	0.446	0.269
.x6	0.356	0.047	7.582	0.000	0.356	0.298
.x7	0.799	0.101	7.891	0.000	0.799	0.676
.x8	0.488	0.123	3.971	0.000	0.488	0.477
.x9	0.566	0.131	4.309	0.000	0.566	0.558
X	0.809	0.185	4.373	0.000	1.000	1.000
.M	0.774	0.105	7.367	0.000	0.790	0.790
.Y	0.297	0.107	2.778	0.005	0.773	0.773

Defined Parameters:

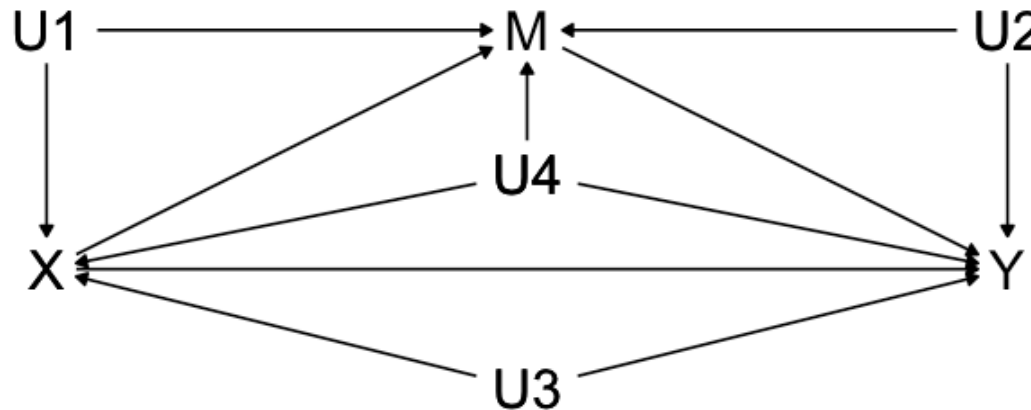
	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
ab	0.027	0.028	0.949	0.343	0.039	0.039
total	0.324	0.076	4.290	0.000	0.471	0.471

Indirekter Effekt: $a \times b$

Totaler Effekt: $(a \times b) + c$

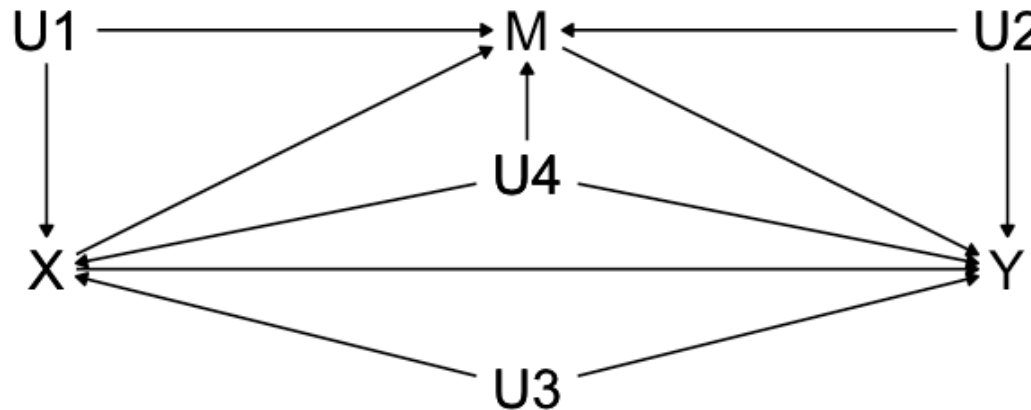
Wichtige Annahmen von Mediationsmodellen

Keine nicht berücksichtigten Confounder (I)



- Liegen Confounder (z.B. hier die Variablen U1, U2, U3, U4) zwischen den Variablen X, M und Y vor, muss bei der Schätzung von kausalen Effekten für diese Confounder kontrolliert werden, entweder durch...
 - Aufnahme in das statistische Modell, oder
 - Randomisierung von X und / oder M.

Keine nicht berücksichtigten Confounder (II)



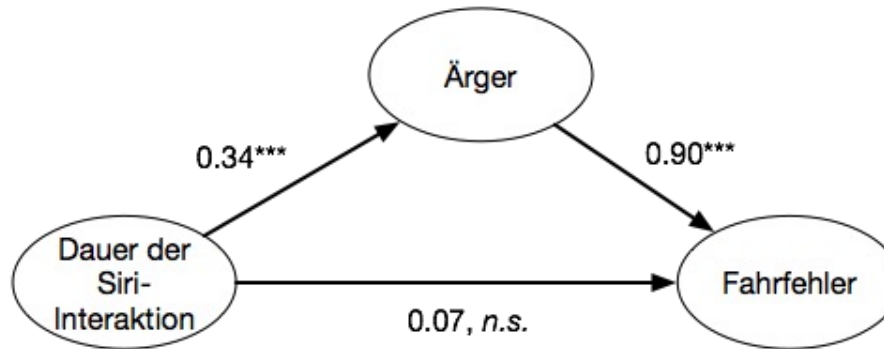
- Für die Schätzung des **totalen** kausalen Effekts von X auf Y ist eine Kontrolle von Confoundern U1, U3 und U4 (zum Beispiel durch Randomisierung von X) ausreichend.
- Für die Schätzung der **direkten** und **indirekten** kausalen Effekte ist zur experimentellen Kontrolle aller Confounder U1, U2, U3, U4 auch eine Randomisierung von M notwendig (nur Rand. von X nicht ausreichend).
- Problem: In psychologischen Fragestellungen ist M häufig eine Variable, für die eine Randomisierung nicht so leicht möglich ist (z.B. Persönlichkeitseigenschaften). Gleichzeitig liegen häufig Confounder vor, die nur sehr schwer erhoben werden können (z.B. genetische Einflüsse).

Keine umgedrehte Kausalität (I)

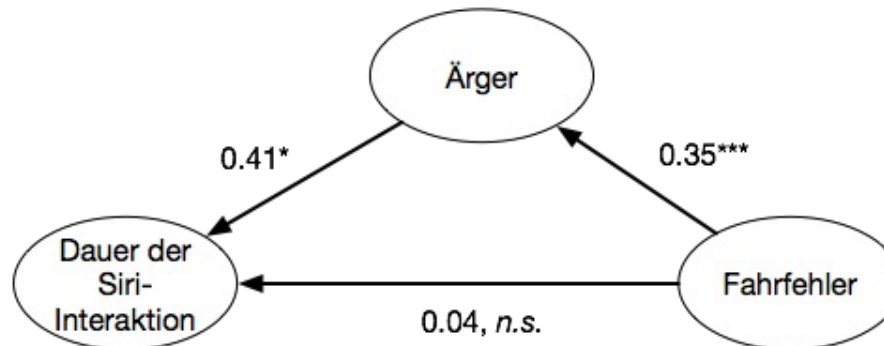
- Die Richtung der kausalen Effekte zwischen den Variablen X, M und Y müssen theoretisch begründet werden.
- Die Kausalrichtung ist (in den meisten Fällen) nicht mithilfe der Modelltests und den Fit Indizes testbar, da im (einfachen) Mediationsmodell alle Modelle mit unterschiedlichen Kausalrichtungen äquivalent sind (s. VL1 zu DAGs).
- Alle äquivalenten Modelle passen auf die Daten immer gleich gut. Sie sind nicht mithilfe der Modelltests und Fit Indizes unterscheidbar, da alle äquivalenten Modelle immer den gleichen Modellfit aufweisen.

Keine umgedrehte Kausalität (II) Wiederholung: Äquivalente Modelle

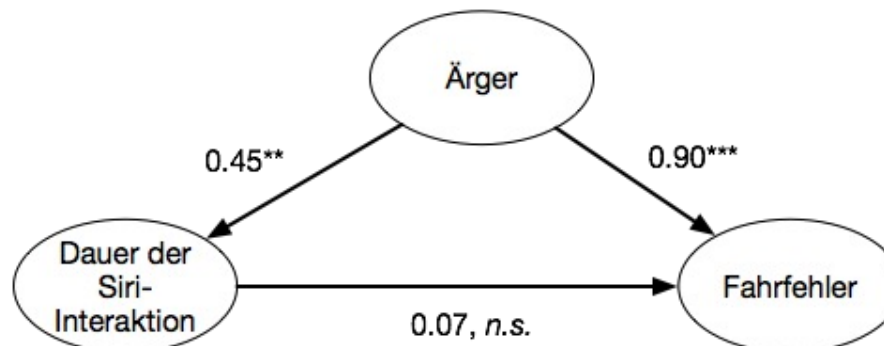
+ 3 weitere äquivalente Modelle!



$\chi^2(4) = 4.338, p = .362$
CFI = 0.996
SRMR = 0.032
RMSEA = 0.024



$\chi^2(4) = 4.338, p = .362$
CFI = 0.996
SRMR = 0.032
RMSEA = 0.024



$\chi^2(4) = 4.338, p = .362$
CFI = 0.996
SRMR = 0.032
RMSEA = 0.024

- Das in dieser Vorlesung betrachtete Vorgehen zur einfachen Schätzung der totalen, direkten und indirekten Effekte in SEMs gilt so nur unter der Annahme, dass...
 - die Zusammenhänge zwischen X, M, und Y jeweils linear sind und
 - keine Interaktionen zwischen den Variablen vorliegen.
- Bei Vorliegen von linearen Interaktionen ist die Schätzung weiterhin relativ einfach möglich, es gibt aber einige Dinge zu beachten (z.B. verändert sich die Definition des direkten und indirekten Effekts), die wir hier nicht besprechen.
- Bei Vorliegen von nichtlinearen Zusammenhängen, ist eine Schätzung außerhalb des SEM Kontexts (zumindest prinzipiell) möglich, sofern eine belastbare Theorie über die Art der Zusammenhänge vorliegt und diese damit zufriedenstellend modelliert werden können (siehe dazu z.B. das *mediation* Paket in R).

- Bei latenten Mediationsmodellen wird implizit angenommen, dass die Messmodelle für die latenten Variablen korrekt spezifiziert sind. In der Regel geht man hier von einer Einfachstruktur aus (X, M, Y haben jeweils eigene Indikatoren, d.h. jeder Indikator lädt nur auf eine der Variablen).
- Das Vorliegen von korrelierten Messfehlern (mögliche Gründe: nicht berücksichtigte Nebenladungen, nicht berücksichtigte externe kausale Einflüsse auf alle Itemantworten wie z.B. Antwortstile) führt in der Regel zu Bias in der Schätzung der totalen, direkten und indirekten Effekte.

Gesamtfazit SEM

- Lineare Strukturgleichungsmodelle (SEMs) sind in ihrer Anwendung extrem flexibel. Modelliert und getestet werden können u.a.
 - ✓ Faktorstrukturen
 - ✓ Messmodelle
 - ✓ Mediationen, Moderationen (← Interaktionen haben wir uns in dieser VL nicht angeschaut)
 - ✓ Gruppenunterschiede
 - ✓ Wachstumskurvenmodelle (← haben wir nur im WiSe im LMM Kontext betrachtet, geht aber im SEM Kontext genauso)
 - ✓ ...
- Es gibt jedoch wie immer wichtige Einschränkungen. Als Beispiele:
 - Kausalität kann nicht aus einem passenden Modell abgeleitet werden (Es gilt immer nur: „Falls das kausale Modell gilt, dann folgt...“). Oft gibt es äquivalente Modelle mit völlig unterschiedlicher Kausalstruktur. Dies gilt allerdings für alle statistischen Modelle (z. B. die Regression aus Statistik 2)
 - Zwar entdeckt der χ^2 -Modelltest am zuverlässigsten misspezifizierte Modelle, er berücksichtigt jedoch nicht die Stärke der Modellverletzung.